



## L'indice che decide i *lockdown*. Come funziona e quali sono i problemi di $R_t$ ?

di Carlo Cottarelli e Giulio Gottardo  
18 novembre 2020

*L'indice  $R_t$  corrisponde al numero medio di persone al tempo  $t$  a cui un infetto trasmetterà una malattia. In linea di principio, è possibile stimare  $R_t$  a partire dalla curva dei nuovi contagi e da semplici dati epidemiologici. In pratica le difficoltà sono rilevanti. Cerchiamo di capire quali sono.*

\* \* \*

### Cosa significa $R_t$ ?

Il significato del famigerato  $R_t$  è intuitivo. Rappresenta il numero medio di persone a cui un infetto al tempo  $t$  trasmetterà una malattia in tutti i periodi successivi. È chiaro perché la soglia "critica" dell' $R_t$  è 1: se l'indice è minore di 1, in media, ogni positivo contagerà meno di una persona e quindi il numero dei contagiati si ridurrà nel tempo. Di contro, un  $R_t$  maggiore di 1 si tradurrà in una crescita dei nuovi casi che le guarigioni non potranno compensare.

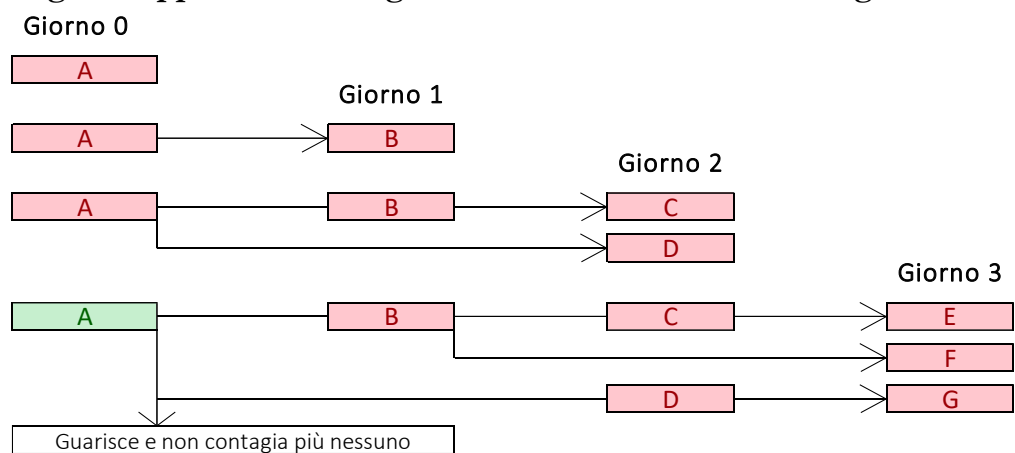
### Come si calcola l' $R_t$ ?

Una premessa: il "vero"  $R_t$  (solitamente contrassegnato con  $R_t^c$ ) è calcolabile soltanto *ex post*, ovvero quando si è in possesso dei dati sui contagi avvenuti dopo il tempo  $t$ . Tuttavia, è possibile stimare  $R_t$  al tempo  $t$  o poco dopo. Per farlo, invece di attendere i dati sui contagi che avverranno, si utilizzano i dati sulle infezioni registrate finora, assumendo che quelle dopo il tempo  $t$  si evolveranno in modo simile.

Con questa premessa, si può intuire quali informazioni servano per calcolare  $R_t$  attraverso un esempio. Supponiamo che il primo giorno in cui una persona è diventata contagiosa infetti un'altra persona, quindi un'altra persona il secondo giorno, e che in seguito (terzo giorno) guarisca. Sappiamo quindi che l' $R_t$  è 2. Ma supponiamo di non saperlo. Conosciamo però il numero di nuovi contagiati giorno per giorno:

- All'inizio ce n'era solo 1 (il paziente A, il nostro paziente "zero");
- il primo giorno sempre 1 (il paziente B contagiato da A);
- il secondo giorno ci sono 2 nuovi contagiati (quello infettato da A e quello infettato da B; chiamiamoli C e D);
- il terzo giorno A è guarito (o per lo meno non è più contagioso), ma B, C e D ne infettano altri 3;
- con la stessa logica si capisce che il quarto giorno ce ne sono 5 e così via (vedi Figura 1).

**Fig. 1: Rappresentazione grafica dell'evoluzione dei contagi**



Sapendo quanti contagiati ci sono ogni giorno e qual è la distribuzione dei contagi nel tempo (cioè che un contagiato ne contagia 1 il giorno dopo l'infezione e un altro due giorni dopo, prima di guarire) si può dedurre che l'andamento dei contagi osservato giorno per giorno richiede che l' $R_t$  sia 2.

C'è una formula che riassume tutto questo ed è:

$$I_t = R_t \sum_{s=1}^t w_s I_{t-s}$$

dove  $I_t$  sono i nuovi contagiati al tempo  $t$  (e quindi  $I_{t-s}$  gli infetti al tempo  $t-s$ ) e  $w_s$  è l'infettività relativa al tempo  $t$  di un individuo che è stato infettato al tempo  $t-s$ .<sup>1</sup> Nel breve esempio appena illustrato avremmo  $w_1 = w_2 = 0,5$  e  $w_{s>2} = 0$ . Per il Covid-19,  $w_s$  è massimo quando  $s$  è tra 6 e 7 giorni, ovvero, l'infettività di un positivo è maggiore a circa 6 giorni dal momento del contagio.

$R_t$  si può quindi calcolare a partire da una "curva dei contagi", ossia dal numero dei nuovi contagi ogni giorno, e dall'insieme dei coefficienti di infettività

<sup>1</sup> Per coerenza matematica con la definizione di  $R_t$ , si impone  $\sum_{s=1}^t w_s = 1$ , in modo che  $w_s$  rappresenti solo l'infettività relativa di un infetto in ciascun momento senza influenzare la rapidità complessiva della diffusione del contagio, che è espressa da  $R_t$ .

relativa (ossia dai “pesi”  $w_s$ ). Basta risolvere l’equazione soprastante per  $R_t$ . Da dove si prendono i pesi,  $w_s$ ? Di solito, dagli studi epidemiologici passati.

Una precisazione: i “nuovi infetti” rilevanti per la formula non sono quelli che ci dicono alle 17 di ogni giorno, che sono i contagiati osservati attraverso i tamponi. Occorre sapere quando si sono contagiati ed è per questo che, per valutare la qualità di dati forniti dalle regioni, si va a vedere se le regioni raccolgono i dati sul giorno in cui i primi sintomi sono stati osservati. Si utilizza quindi la data di inizio dei sintomi come la data del contagio, anche se sintomi e contagio non sono la stessa cosa (vedi sotto).

## Come opera l’ISS per stimare $R_t$ ?

La metodologia seguita dall’Istituto Superiore di Sanità (ISS) per stimare  $R_t$  è una versione (molto più) sofisticata a livello statistico di quanto mostrato finora.<sup>2</sup> In particolare, la metodologia dell’ISS consente anche di ottenere intervalli di confidenza (cioè un intervallo in cui  $R_t$  si colloca con maggiore probabilità), in modo da avere un quadro più completo della variabilità delle stime (per esempio si dice che al 95 per cento  $R_t$  sta tra 1,6 e 2, con una stima centrale di 1,8, che è quella che viene riportata).

In ogni caso, come abbiamo visto, la stima di  $R_t$  richiede (1) una curva dei contagi e (2) una valutazione dell’infettività dei contagiati nel tempo (nell’esposizione semplificata, la serie dei pesi  $w_s$ ). Per quanto riguarda quest’ultima, l’ISS si basa su uno studio epidemiologico condotto all’inizio della pandemia in Lombardia.<sup>3</sup>

I problemi principali riguardano i dati sui contagi. **L’ISS calcola  $R_t$  utilizzando soltanto i casi sintomatici**, in quanto “l’individuazione delle infezioni asintomatiche dipende molto dalla capacità di effettuare screening da parte dei dipartimenti di prevenzione e questa può variare molto nel tempo”. In altre parole, il dato sui sintomatici è l’unico abbastanza affidabile nel tempo da poter essere utilizzato per stimare  $R_t$ . Questo potrebbe portare ad una sottostima,

<sup>2</sup> Si veda [https://www.iss.it/primo-piano/-/asset\\_publisher/o4oGR9qmvUz9/content/faq-sul-calcolo-del-rt](https://www.iss.it/primo-piano/-/asset_publisher/o4oGR9qmvUz9/content/faq-sul-calcolo-del-rt) per una rapida illustrazione delle caratteristiche del metodo seguito dall’ISS. Si veda invece Anne Cori, Neil M. Ferguson, Christophe Fraser, Simon Cauchemez, 2013, *A New Framework and Software to Estimate Time-Varying Reproduction Numbers During Epidemics*, *American Journal of Epidemiology*, **178(9)**, p. 1505–1512 (<https://academic.oup.com/aje/article/178/9/1505/89262#86224209>) per l’esposizione puntuale della metodologia adottata dall’ISS.

<sup>3</sup> Più precisamente, la metodologia dell’ISS necessita dei due parametri di una funzione Gamma  $\Gamma(k, \theta)$ , che si ricavano appunto dal seguente studio sulla Lombardia all’inizio dell’epidemia: D Cereda, M Tirani, F Rovida, V Demicheli, M Ajelli, P Poletti, F Trentini, G Guzzetta, V Marziano, A Barone, M Magoni, S Deandrea, G Diurno, M Lombardo, M Faccini, A Pan, R Bruno, E Pariani, G Grasselli, A Piatti, M Gramegna, F Baldanti, A Melegaro, S Merler, 2020, “The early phase of the COVID-19 outbreak in Lombardy, Italy”, <https://arxiv.org/abs/2003.09320>.

soprattutto alla luce dell'elevata incidenza di asintomatici, che, anche se in misura minore, possono essere contagiosi e quindi provocare successive infezioni, anche sintomatiche. A riprova di questo, a inizio settembre l'**Istituto Nazionale di Fisica Nucleare ha provato a stimare  $R_t$  includendo gli asintomatici, e ha ottenuto un valore quasi triplo rispetto all'ISS** (circa 3,0 vs 1,2), anche se molto più variabile, a causa dell'instabilità del dato degli asintomatici.<sup>4</sup>

C'è un problema ulteriore che riguarda "il ritardo" delle stime dell' $R_t$ . Ragionevolmente, l'ISS utilizza dati "consolidati" sul numero di contagiati. Il consolidamento consiste nel correggere i numeri dei nuovi casi (sintomatici) per tenere conto di tutte le particolarità nel tempismo della loro registrazione e comunicazione. Inoltre, da questo totale si sottraggono anche i cosiddetti "casi importati", per evitare di gonfiare erroneamente l' $R_t$  di una regione (o del paese intero). Queste operazioni di consolidamento ed esclusione richiedono diversi giorni, facendo sì che **l' $R_t$  disponibile sia al massimo quello della settimana precedente.**

Infine, recentemente è emerso come i dati sui contagi riportati da alcune regioni – e poi utilizzati per stimare  $R_t$  dall'ISS – fossero incompleti, portando a una sottostima ulteriore dell'indice.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup> Si veda:

[https://www.ansa.it/canale\\_scienza\\_tecnica/notizie/fisica\\_matematica/2020/09/09/covid-dalle-stime-con-asintomatici-lindice-rt-vicino-a-3- fc5b91c3-82ce-4a2b-9d43-21cb989100b6.html](https://www.ansa.it/canale_scienza_tecnica/notizie/fisica_matematica/2020/09/09/covid-dalle-stime-con-asintomatici-lindice-rt-vicino-a-3- fc5b91c3-82ce-4a2b-9d43-21cb989100b6.html).

<sup>5</sup> Di questo è stata data notizia attraverso un tweet. Vedi

<https://twitter.com/OpenCovidM/status/1325964881967931394?s=20>.